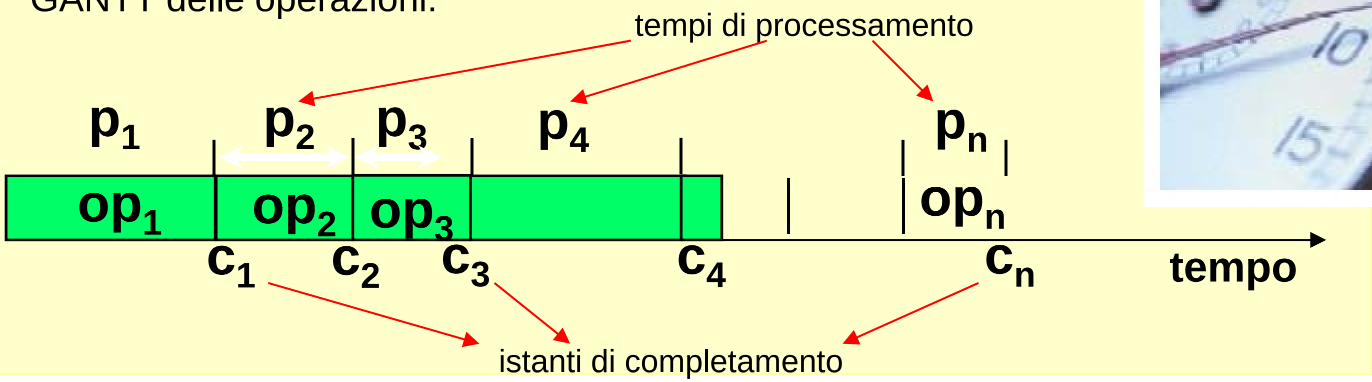
SEQUENZIAMENTO DELLE OPERAZIONI

GANTT delle operazioni:

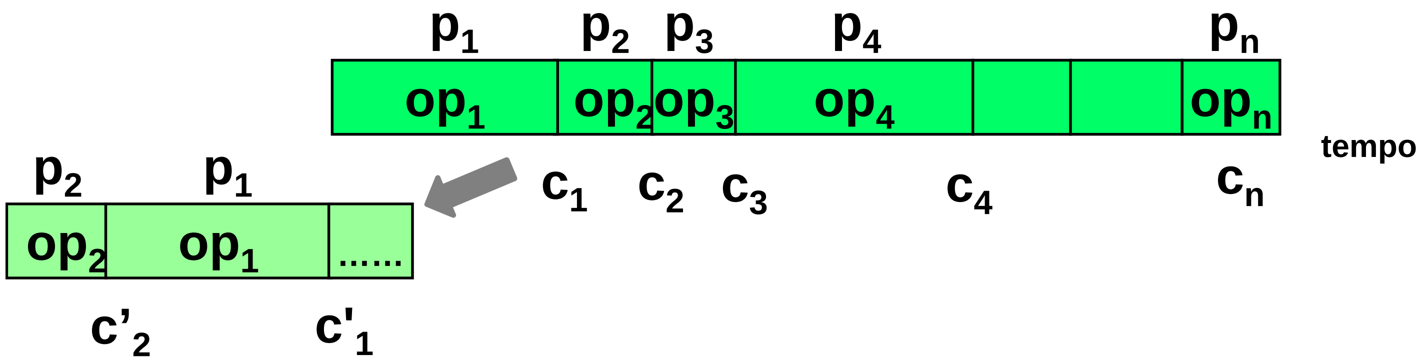


$$C_m = \sum_{i=1}^{n} p_i$$ Completamento totale delle operazioni (**MAKESPAN**)

$$\underline{C} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_i$$ Completamento medio delle operazioni

SPT: Shortest Process Time

MINIMO COMPLETAMENTO MEDIO



se $p_2 < p_1$ lo scambio $\rightarrow$ **$c'_2 < c_2$; $c'_1 = c_2$** si riduce il completamento medio o la somma dei tempi di completamento

SPT: $$\boxed{s_{ott} = \min_s \underline{C}}$$

Il minimo tempo di completamento medio rispetto a tutte le sequenze S è quello dato dalla sequenza SPT cioè mettere prima i lavori con tempo di processamento più piccoli

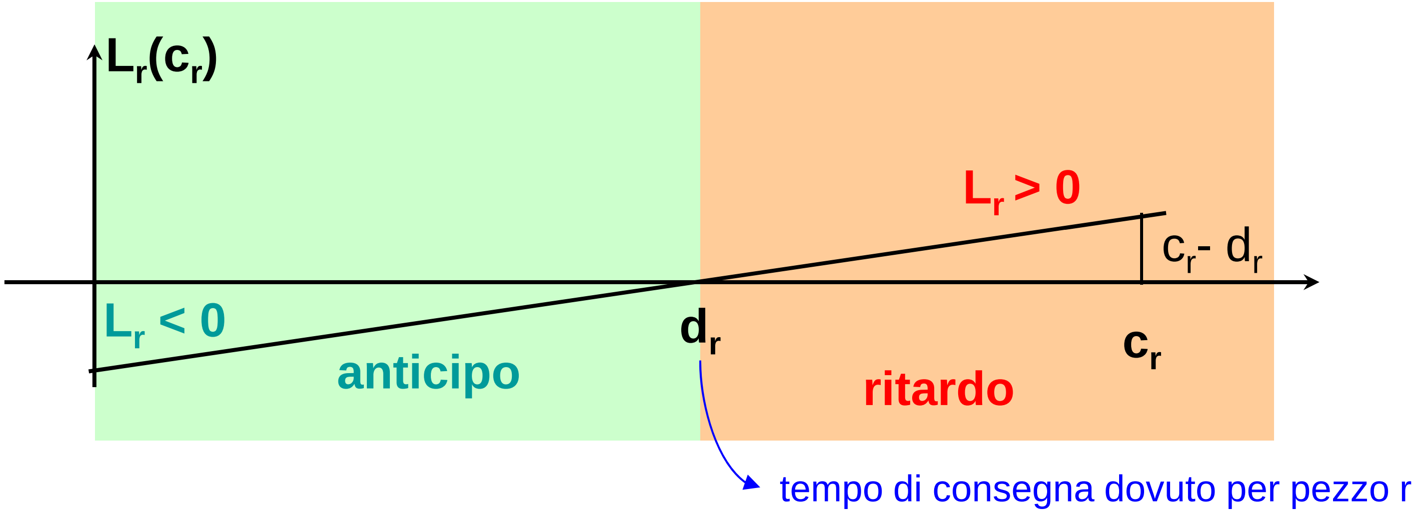
Minimizza anche:

- flusso medio $\underline{\mathbf{F}}$ ← **($r_i = 0 \Rightarrow f_i := c_i - r_i = c_i$)**
- attesa media $\underline{\mathbf{W}}$
- ritardo medio $\underline{\mathbf{L}}$

flusso rilascio = 0

Ritardo medio dei pezzi $\underline{L}_r$

LATENESS



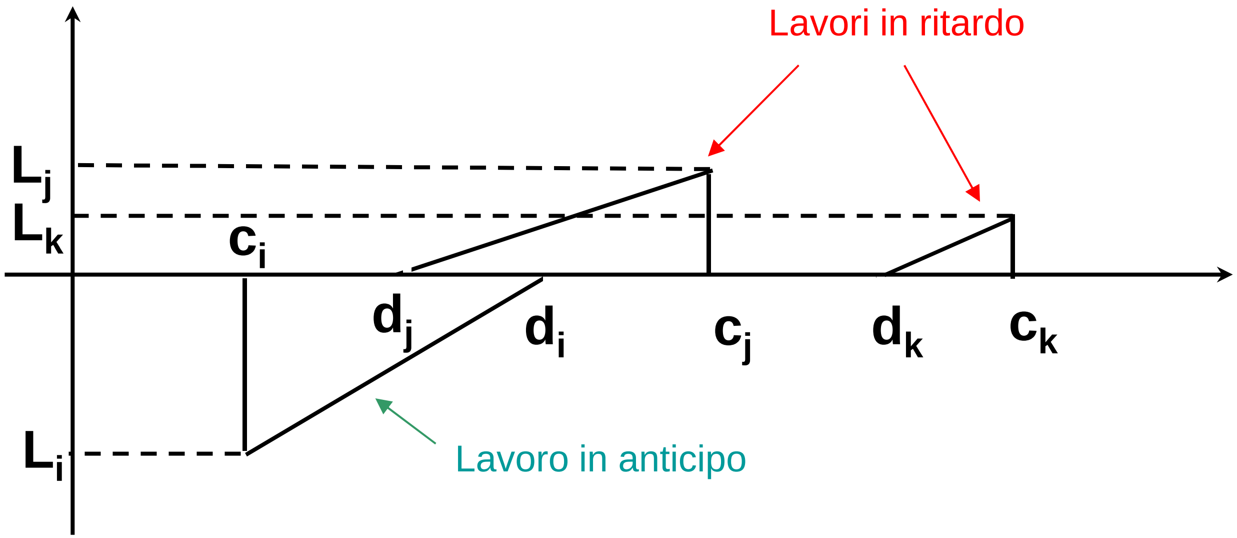
Ritardo del pezzo r : $\mathbf{L_r = c_r - d_r}$

$$\boxed{\min \underline{c} \Leftrightarrow \min \underline{L}}$$

È un valore costante

$$\underline{L} = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n} L_r = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n}(c_r - d_r) = \underline{c} - \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n} d_r$$

Minimo ritardo massimo



$$L_M = \mathrm{Max}_r\, L_r = L_j$$

Vogliamo effettuare il sequenziamento in modo tale che tra tutti i lavori quello più in ritardo è il minimo possibile

$$\min_s L_M$$

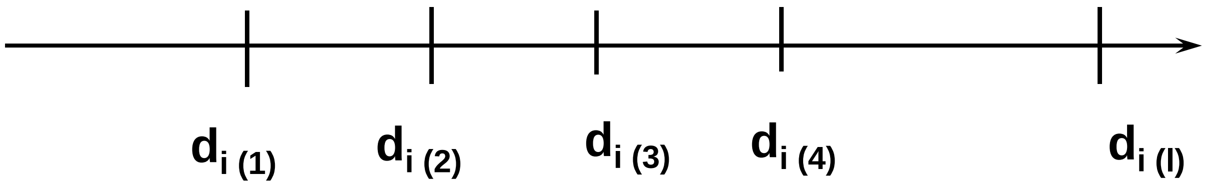
⇕

EDD

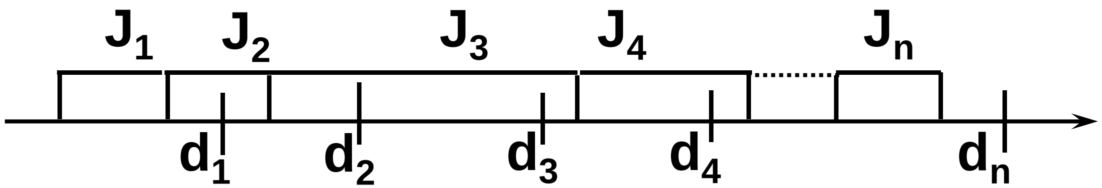
EDD: Earliest Due Date

Mettere per primi quei lavori che hanno la scadenza più anticipata indipendentemente dalla loro lunghezza

Lavori $J_1 \dots J_n$



Si riordinano gli indici nell’ordine delle date dovute e si sequenziano i lavori nello stesso ordine rietichettando i lavori con la nuova denominazione



Minimizzare il massimo ritardo equivale a massimizzare il minimo anticipo

$$\min_s \max_1^n L_i \equiv \max_s \min_1^n A_i$$

"REGOLE di *CARICO*" (*dispatching* rules)

FCFS	First Come First Served	Job da lavorare secondo l'ordine di arrivo al centro di lavoro
SPT	Shortest Processing Time	Job da lavorare secondo il tempo di lavorazione: dal più breve al più lungo
EDD	Earliest Due Date	Job da lavorare secondo il la data di consegna: dalla più vicina alla più lontana
CR	Critical Ratio	Job da lavorare secondo il il rapporto CR = *data di consegna/ tempo di lavorazione* (dal più piccolo al più grande)

JOB	Tempo di lav. (giorni)	Scadenza (giorni)
A	3	8
B	10	18
C	6	6
D	8	15
E	4	13
F	14	21

Regola FCFS

JOB	Tempo di lav. (giorni) Col. 1	Tempo di flusso (giorni) Col. 2	Scadenza (giorni) Col. 3	Ritardo (=0 se neg) Col. 2 - Col. 3
A	3	3	8	0
B	10	13	18	0
C	6	19	6	13
D	8	27	15	12
E	4	31	13	18
F	14	45	21	24
	45	**138**		**67**

Tempo medio di completamento = 138/6 = 23,0

Ritardo medio = 67/6 = 11,2

Regola SPT

JOB	Tempo di lav. (giorni) Col. 1	Tempo di flusso (giorni) Col. 2	Scadenza (giorni) Col. 3	Ritardo (=0 se neg) Col. 2 - Col. 3
A	3	3	8	0
E	4	7	13	0
C	6	13	6	7
D	8	21	15	6
B	10	31	18	13
F	14	45	21	24
	45	**120**		**50**

Tempo medio di completamento = 120/6 = 20,0

Ritardo medio = 50/6 = 8,3

Regola EDD

JOB	Tempo di lav. (giorni) Col. 1	Tempo di flusso (giorni) Col. 2	Scadenza (giorni) Col. 3	Ritardo (=0 se neg) Col. 2 - Col. 3
C	6	6	6	0
A	3	9	8	1
E	4	13	13	0
D	8	21	15	6
B	10	31	18	13
F	14	45	21	24
	45	**125**		**44**

Tempo medio di completamento = 125/6 = 20,8

Ritardo medio = 44/6 = 7,3

Regola CR

JOB	Tempo di lav. (giorni) Col. 1	Tempo di flusso (giorni) Col. 2	Scadenza (giorni) Col. 3	Ritardo (=0 se neg) Col. 2 - Col. 3	Rapporto Critico Col. 3 / Col. 1
C	6	6	6	0	1,0
F	14	20	21	0	1,5
B	10	30	18	12	1,8
D	8	38	15	23	1,9
A	3	41	8	33	2,7
E	4	45	13	32	3,3
	45	**180**		**100**	

Tempo medio di completamento = 180/6 = 30,0

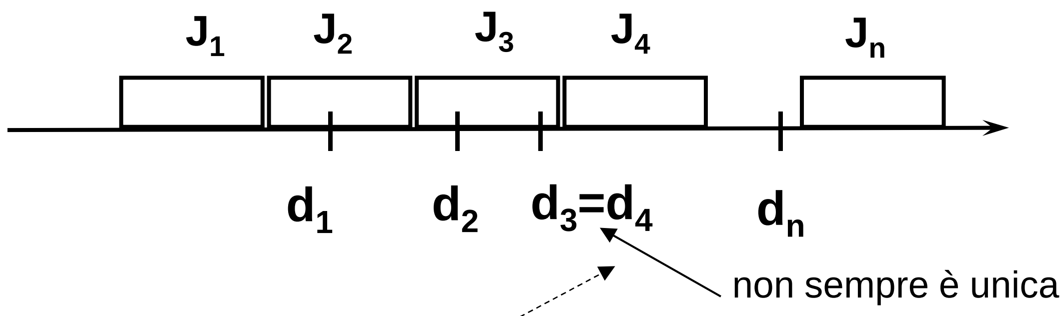
Ritardo medio = 100/6 = 16,7

Confronto tra i risultati ottenuti

Regola	Tempo medio di completamento	Ritardo medio
FCFS	23,0	11,2
SPT	20,0	8,3
EDD	20,8	7,3
CR	30,0	16,7

ALGORITMO DI MOORE

Minimizzazione del numero di lavori in ritardo



0) Si scelgono gli indici in ordine EDD

1) La sequenza ottenuta è la sequenza corrente $\mathbf{S_1}$ (la prima) ; si pone **i=1**

2) Si individua il primo lavoro in ritardo $\mathbf{J_{l(i)}}$ nella sequenza corrente, se non esiste: stop

3) Si individua il lavoro più lungo $\mathbf{J_{r(i)}}$ con $\mathbf{r \leq l(i)}$, nella sequenza corrente $\mathbf{S_i}$

4) Si ottiene una nuova sequenza $\mathbf{S_{i+1}}$ escludendo $\mathbf{J_{r(i)}}$ e si torna al passo 2), con **i:= i+1**

ALGORITMO DI LAWLER

Generalizzazione del metodo EDD

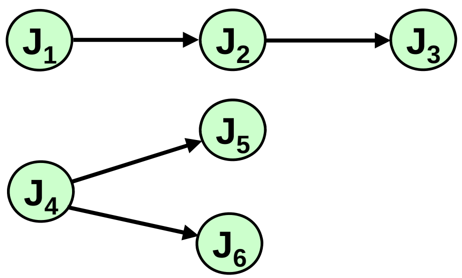
Sequenziamento delle operazioni **con precedenza**

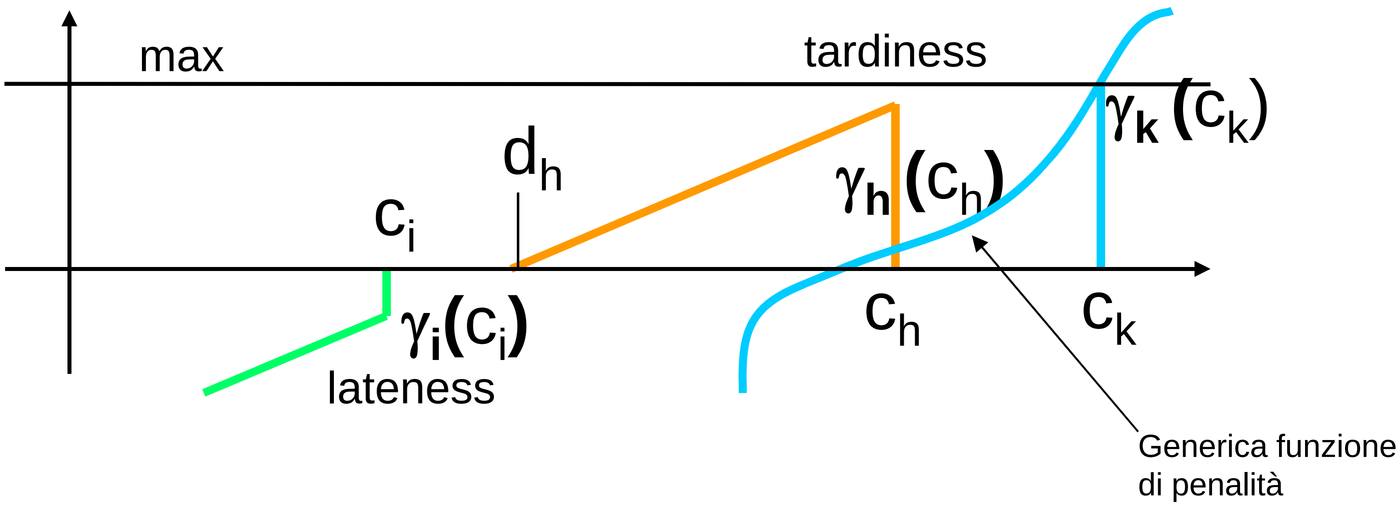
Minimizza la massima **penalità**

$$\min_s \max_{i=1}^{n} \gamma_i(c_i)$$

γ_i è una funzione non decrescente con c_i

GRAFO DI PRECEDENZA DEI LAVORI





La lateness è una funzione che continua prima e dopo la due date
La tardiness è definita solo dopo la due date

T_i: tardiness, fuori tempo
L_i: lateness, ritardo che negativo diventa anticipo

Passi dell'algoritmo:

1) $k := n$ **G := {Grafo delle precedenze}** **n** totale dei lotti

$$\tau_k := \sum_{i=1}^{n} p_i$$ Somma dei tempi di processamento

2) **V := {Lavori senza successori in G}**

$$i(k) : \gamma_{i(k)}(\tau) = \min_{J_i \in V} \gamma_i(\tau)$$

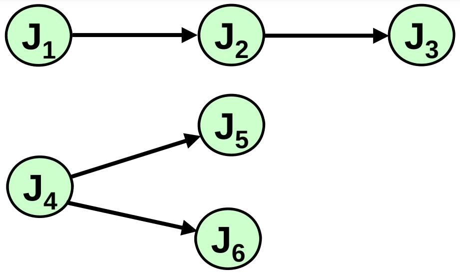
i(k) lavoro che se posto in ultimo dà il minimo delle penalità

3) $\tau_k := \tau_k - p_{i(k)}$ **G:= G / {nodo $J_{i(k)}$}** $k := k - 1$

4) k

- **> 0** → Passo 2
- **= 0** → **S= {$J_{i(1)}$, $J_{i(2)}$, $J_{i(3)}$, …, $J_{i(n)}$,}**

Esempio:



n = 6

Lavori:	**J_1**	**J_2**	**J_3**	**J_4**	**J_5**	**J_6**
Tempi p_i :	**2**	**3**	**4**	**3**	**2**	**1**
Cons. d_i :	**3**	**6**	**9**	**7**	**11**	**7**

Lavori J_i	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	τ	sequenza	
$\gamma_i(\tau_n)$	*	*	6	*	**4**	8	15	i(n)	5
$\gamma_i(\tau_5)$	*	*	**4**	*		6	13	i(5)	3
$\gamma_i(\tau_4)$	*	3		*		**2**	9	i(4)	6
$\gamma_i(\tau_3)$	*	2		**1**			8	i(3)	4
$\gamma_i(\tau_2)$	*	-1					5	i(2)	2
$\gamma_i(\tau_1)$	-1						2	i(1)	1

ALGORITMO DI JOHNSON

a_i = p_{i1} tempo di processamento di j_i su M_1 **b_i = p_{i2}** tempo di processamento di j_i su M_2

1) $k := 1 \quad l := n$

sequenza

2) $NS := \{J_1,\dots,J_n\} \qquad s(i), i = 1,\dots,n$

3) se: $a_j = \min_{i:J_i \in NS}\{\min a_i, \min b_i\}$ allora: $s(k) := j$ $\quad NS := NS / J_j \quad k := k+1$

4) se: $b_j = \min_{i:J_i \in NS}\{\min a_i, \min b_i\}$ allora: $s(l) := j$ $\quad NS := NS / J_j \quad l := l-1$

5) se: $NS \neq \{\varnothing\}$ allora PASSO 3 altrimenti la sequenza ottima è **s(i)**

Esercizio

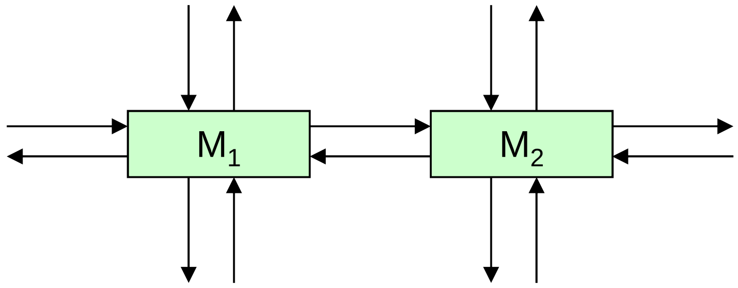
Un’azienda deve sostenere un gruppo di 6 lavori eseguendo 2 step operativi. La prima operazione consiste nell’eseguire una pulizia superficiale di componenti di diversa geometria mediante lavaggio meccanico. Successivamente si procede ad un processo di verniciatura in polvere mediante pistola a spruzzo. Lo schema produttivo da rispettare è riportato nella seguente tabella.
Determinare una sequenza che minimizzi il tempo di processamento complessivo.

Job	M1	M2
J_A	5	5
J_B	4	3
J_C	8	9
J_D	2	7
J_E	6	8
J_F	12	15

Esercizio: 5 / 3 / F / Makespan

Job	J1	J2	J3	J4	J5
M1	6	9	7	7	6
M2	2	1	5	3	4
M3	4	3	6	6	1

Sequenziamento generale su due macchine:



Tipo A	Lavori solo su M_1
Tipo B	Lavori solo su M_2
Tipo C	Prima su M_1 poi su M_2
Tipo D	Prima su M_2 poi su M_1

$\mathbf{S_A}$ qualsiasi sequenza dei lavori di tipo A

$\mathbf{S_B}$ qualsiasi sequenza dei lavori di tipo B

$\mathbf{S_c}$ sequenza di Johnson dei lavori di tipo C

$\mathbf{S_D}$ sequenza di Johnson dei lavori di tipo D

Le sequenze ottime sono allora:

Su M_1: $\mathbf{S_C \quad S_A \quad S_D}$

Su M_2: $\mathbf{S_D \quad S_B \quad S_C}$

Esercizio

In un sistema sono presenti un certo numero di jobs che debbono essere processati utilizzando al massi mo le uniche 2 macchine disponibili: una fresatrice (A) e d un trapano(B). Tuttavia, non tutti i jobs richiedono l'impiego di entrambe le macchine A e B e non tutti i jobs debbono necessariamente seguire lo stesso ordine di impiego (ossia, la stessa sequenza delle macchine A e B) . Lo schema produttivo da rispettare è riportato nella seguente tabella:

JOB	PA	PB	Order
1	4	3	AB
2	1	0	A
3	9	8	AB
4	0	8	B
5	5	1	AB
6	3	7	AB
7	4	6	BA
8	2	1	BA
9	0	6	B
10	4	0	A
11	3	4	BA
12	9	4	BA

ALGORITMO DI KARG - THOMPSON

da \ a	J_1	J_2	J_3	J_4
J_1	-	2	3	5
J_2	1	-	6	3
J_3	5	4	-	4
J_4	3	4	2	-

Hp:

- n° di Job indipendenti fra loro;
- Job caratterizzati da una sola operazione;
- due date non rilevanti;
- <u>tempi di set-up dipendenti dalla sequenza</u>

$J_1 \rightarrow J_2 \rightarrow J_1$

$J_1 \rightarrow J_2 \rightarrow J_3 \rightarrow J_1 \quad = 2 + 6 + 5 = 13$

$J_1 \rightarrow J_3 \rightarrow J_2 \rightarrow J_1 \quad = 3 + 4 + 1 = 8$

$J_1 \rightarrow J_3 \rightarrow J_2 \rightarrow J_1$

$J_1 \rightarrow J_3 \rightarrow J_2 \rightarrow J_4 \rightarrow J_1 \quad = 3 + 4 + 3 + 3 = 13$

$J_1 \rightarrow J_3 \rightarrow J_4 \rightarrow J_2 \rightarrow J_1 \quad = 3 + 4 + 4 + 1 = 12$

$J_1 \rightarrow J_4 \rightarrow J_3 \rightarrow J_1 \rightarrow J_1 \quad = 5 + 2 + 4 + 1 = 12$